

مثال : اوجد التكاملات التالية :

$$\int (3s^2 + 2)(2s^3 + s^2 + 2s) ds$$

ملاحظات :

قاعده

يمكن استخدام التكامل بالتعويض اذا وجدت المشتقه مضروبه  
بالافتران

الحل:

قاعده

$$\int u \cdot v' ds = \int u ds - \int u' v ds$$

مثال : اوجد التكاملات التالية

$$(2) \int 5s^3 (1 + s^4)^{-2} ds$$

$$(1) \int s(1 + s^2)^9 ds$$

$$(4) \int \frac{1 + s^3}{(s + s^4)^8} ds$$

$$(3) \int \sqrt{s^2 - 9} ds$$

$$\int (5) (1+s^2)(s^3+2s^2+s+4) ds \quad (6) \int \frac{s^3}{s^2+s+2} ds$$

قاعده

يمكن استخدام التكامل بالتعويض اذا وجدت المشتقه مضروب  
بالاقتران خارج الاقواس

$$(7) \int s^3 (1+s^2)^3 ds$$

$$(9) \int s^3 \sqrt{s^2+1} ds$$

$$(8) \int s^7 (1+s^4)^2 ds$$

$$(11) \int s^3 (s^2 - 3)^4 ds$$

$$(10) \int s^2 (s^2 + 1)^4 ds$$

$$(12) = s \frac{s^3}{1 + s^2} ds$$

$$(13) = s^2 (s - 5) ds$$

### قاعده

عند وجود اقواس وتحتاج الى التعويض ، يجب ايجاد احد الاوضاع  
السابقه

١- المشتقه او احد مضاعفاتهما في الخارج

٢- المشتقه  $\times$  الفرضيه

وذلك اما باخراج عناصر من تحت الاقواس او ادخال عناصر

مثال : اوجد التكاملات التاليه

$$(1) \int \sqrt{s^2 + 5} ds =$$

$$(2) \int (s^2 - s^3) ds =$$

$$(3) \int \frac{(s-3)^{\circ}}{s^{\vee}} ds =$$

$$= s \frac{(s-4)^9}{s^{11}} \Big|_{(4)}$$

$$= s \frac{(s^2-4)^6}{s^8} \Big|_{(5)}$$

$$= s \sqrt[3]{s^2 - 4} \Big|_{(6)}$$

$$= s \frac{\sqrt[3]{s}}{s-5} \Big|_{(7)}$$

$$= s \int \frac{1}{(\sqrt{s} + 2)\sqrt{s}} ds \quad (٨)$$

$$= s \int \frac{(\sqrt{s} + 5)}{\sqrt{s}} ds \quad (٩)$$

$$= s \int \frac{s^2}{(1+s)} ds \quad (١٠)$$

$$(11) \int \sqrt{s^3 + \frac{3}{4}} ds =$$

$$(12) \int \frac{1}{s^2} \sqrt{s^2 + 1} ds =$$

$$(13) \int \frac{s^3}{(s^2 + 9)^3} ds =$$

تدريبات

$$(٤) \int \frac{\sqrt{1-x^3}}{\sqrt{1-x^3}} dx = \int 1 dx = x + C$$

$$(٥) \int \frac{\sqrt{1-x^3}}{x^3} dx = \int \frac{\sqrt{1-x^3}}{x^3} dx$$

$$(٦) \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx = \ln|x + \sqrt{1+x^2}| + C$$

$$(*) \int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2} \left( x \sqrt{1-x^2} + \arcsin x \right) + C$$

(متقدم)  
١ ← س = جاص

قاعده

يمكن استخدام التعويض باستبدال الزاويه

قاعده

يمكنك استخدام مبادئ التكامل بالتعويض عند  
وجود الاقواس

تكامل الاقترانات المثلثية

مثال اوجد ما يلي

$$(١) \int \sin^2(x) dx = \int \frac{1 - \cos(2x)}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2x)}{4} + C$$

$$(٢) \int \cos^2(x) dx = \int \frac{1 + \cos(2x)}{2} dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} + C$$

$$(٣) \int \frac{\sin^2(x)}{\sqrt{1+\cos^2(x)}} dx = \int \frac{\sin^2(x)}{\sqrt{1+\cos^2(x)}} dx$$



$$(٤) \int \cos^2 x \, dx =$$

$$(٥) \int \cos^3 x \, dx =$$

ملاحظات

$$(٦) \int \cos^2 x \, dx =$$

$$(٧) \int جا^٢س جتا^٢س دس =$$

$$(٨) \int ظا^٤س قا^٤س دس =$$

$$(٩) \int جا^٣س دس =$$

$$(١٠) \int ظا^٤س دس =$$
$$\leftarrow ظا^٤س = ظا^٢س ظا^٢س$$
$$\leftarrow ظا^٢س = (قا^٢س - ١)$$

$$(١١) \int \text{جا}^2 (\text{جاس}) \text{جاس} \text{س} =$$

$$(١٢) \int \text{قا}^4 \text{س} \text{س} = (\text{تدريب})$$

$$(١٣) \int \frac{\text{جا} (\sqrt{\text{س} - ١})}{\text{س} - ١} \text{س} =$$

$$(١٤) \int \text{جا} (\text{س}) \text{جنا}^2 \text{س} \text{س} = (\text{تدريب})$$

←  $\text{جنا}^2 \text{س} = ٢ \text{جنا}^2 \text{س} - ١$

$$(15) \int \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} dx$$
$$\leftarrow \int \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2 + 2 \cos x}{1 - \cos x} dx$$

$$(16) \int \cos^2 x dx$$

$$(17) \int \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x} dx$$

$$(18) \int \sqrt{\cos^3 x - \sin^3 x} dx$$

$$= s^5 \left[ \frac{\sqrt{3 + 2s}}{2 - 2s} \right] \quad (19)$$

$$= s^5 \left[ \frac{2s - 2}{2s - 2} \right] \quad (20)$$

### ملاحظات

ملاحظة : عند وجود البسط والمقام : يتم التأكد بان البسط مشتقه المقام

## تكامل الاقتران الاسي واللوغرثمي

مثال اوجد التكاملات التالية

$$(1) \int \frac{1+s^2}{s^2+s} ds$$

$$(2) \int \frac{1}{s^2+s+1} ds$$

$$(3) \int \frac{1}{s^2+s} ds =$$

$$(٤) \int \frac{\text{جتا}(لوس) س}{س} =$$

$$(٥) \int لوس س س =$$

$$(٦) \int \text{جاس} س^٢ س =$$

$$(٧) \int \text{جاس} + لوس س س =$$

$$(٨) \int \frac{2x^2}{x^2 + 1} dx =$$

امثله متنوعه

اوجد التكاملات التالية

$$(١) \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\cot x - \csc^3 x} dx$$

$$(٢) \int \frac{2x^2}{x^2 + 1} dx$$

$$(٣) \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

$$(٦) \int \sqrt{1 + 2x} dx$$

$$(٥) \int \frac{\csc x}{\sqrt{|\csc x + \sec x|}} dx$$

$$(٤) \int \frac{1}{x^2 + 1} dx$$

$$(٨) \int \frac{\csc x}{\csc x + 1} dx$$

$$(٧) \int \frac{1}{\csc x - \sec x} dx$$



مثال اذا كان  $\int_{-1}^2 s^3 \cdot (s^4) ds = \int_{16}^1 s^2 (s) ds$  اوجد قيمة ن ؟

مثال : بين ان  $\int_{b}^2 s^2 (s-b) ds = \int_{b}^2 s^2 (s) ds$

مثال : اذا كان  $\int_{b}^2 s^2 (1+s^2) ds = 2$  اوجد قيمة  $\int_{b}^2 s^2 (5+s^2) ds$